Ministère des Enseignements Secondaires

Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : Baccalauréat *Session* **: 2015**
Série : C / E
Epreuve : Mathématiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

L'épreuve comporte trois exercices et un problème tous obligatoires, sur trois pages numérotées de 1 à 3. La qualité de la rédaction et le soin apporté au tracé des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

EXERCICE 1 : 3,25 points

Soit à résoudre le système : $\begin{cases} x=\sqrt{2y+3} \\ y=\sqrt{2z+3} \\ z=\sqrt{2x+3} \end{cases}$ où x, y et z sont des nombres réels.

1. ***Première approche :*** **Série E uniquement.**
   - **(a)** Montrer que le triplet $(3,3,3)$ est une solution de ce système. **0,25pt**
   - **(b)** Montrer que si le triplet (x, y, z) est une solution de ce système, on ne peut pas avoir $x<3$. **1,25pt**
   - **(c)** Montrer que si le triplet (x, y, z) est une solution de ce système, on ne peut pas avoir $x>3$. **1,25pt**
   - **(d)** Déduire alors l'ensemble solution de ce système. **0,5pt**
2. ***Deuxième approche :*** **Série C uniquement.**
   - **(a)** Montrer que si le triplet (x, y, z) est solution de ce système, alors x, y et z sont solutions de l'équation : $t^8-12t^6+30t^4+36t^2-128t-183=0$. **1,25pt**
   - **(b)** En déduire les valeurs rationnelles de x, y et z. **2pts**

EXERCICE 2 : 3 points

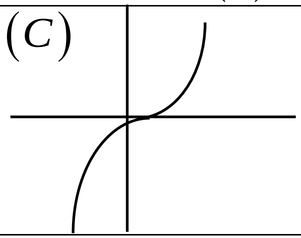
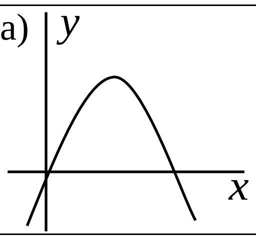
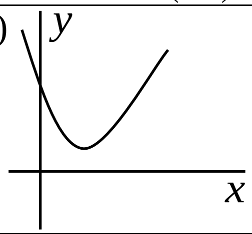
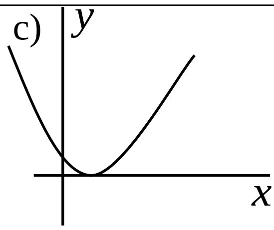
(i) On dit que deux suites (u_n) et (v_n) sont adjacentes lorsque : l'une est croissante, l'autre est décroissante et u_n-v_n tend vers 0 quand n vers $+\infty$.

(ii) Si (u_n) et (v_n) sont deux suites adjacentes telles que (u_n) est croissante et (v_n) est décroissante, alors pour tout $n\in\mathbb{N}$, $u_n\leq v_n$.

1. Compléter les phrases ci-après avec le mot qui convient :
   - **(a)** Toute suite croissante et majorée est ………………………….. **0,25pt**
   - **(b)** Toute suite décroissante et …………………… est convergente. **0,25pt**
2. Indiquer si la proposition ci-après est vraie ou fausse et proposer une démonstration pour la réponse indiquée :

   « Deux suites adjacentes sont convergentes et elles on la même limite ». **1,5pt**

3. Relier en justifiant votre choix la courbe (C) de la colonne (I) à la courbe (C') de sa fonction dérivée dans la colonne (II). **1pt**

Colonne (I)	**Colonne (II)**		
(C) 	a) 	b) 	c) 

EXERCICE 3 : 3,75 points

On désigne par $\mathscr{L}\left(\mathbb{R}^2\right)$, la famille des endomorphismes f_λ de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice M_λ relativement à la base canonique $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$ de $\mathbb{R}^2$ est de la forme : $\begin{pmatrix} -1+\lambda & 1+\lambda \\ \lambda(1-\lambda) & \lambda \end{pmatrix}$ où λ est un réel.

1. A quelle conditions sur λ, f_λ est-il un automorphisme ? **0,5pt**

2. Une boîte Ω contient 5 boules numérotées $-2;-1;0;1$ et 2, toutes indiscernables au toucher. On tire au hasard successivement et sans remise deux boules de Ω et on note (p,q) le couple de numéros obtenus.

On désigne par X l'aléa numérique qui à tout couple (p,q) associe la valeur :

- -2 si aucun des f_p et f_q n'est un automorphisme ;
- 1 si un seul parmi f_p et f_q est un automorphisme ;
- 3 si les deux f_p et f_q sont des automorphismes.

(a) Déterminer la loi de probabilité de X. **0,75pt**

(b) Calculer l'espérance et l'écart-type de X. **1pt**

3. Déterminer une équation cartésienne du noyau et de l'image de f_{-2}. **1pt**

4. Soit g l'application linéaire définie de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^2$ par :

$g(x,y)=\frac{1}{2}\left(-x+3y;\frac{1}{2}x+y\right)$. g appartient-elle à $\mathscr{L}\left(\mathbb{R}^2\right)$? Justifier. **0,5pt**

PROBLEME

Ce problème comporte trois parties indépendantes A, B et C.

PARTIE A : 3,75 points

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

On considère l'équation $(E): z^3+64i=0$.

1. Déterminer une solution z_0 de (E) telle que : $\overline{z_0}=-z_0$. **0,5pt**

2. Déterminer les deux autres solutions z_1 et z_2 de (E), où z_1 a une partie réelle négative. **1pt**

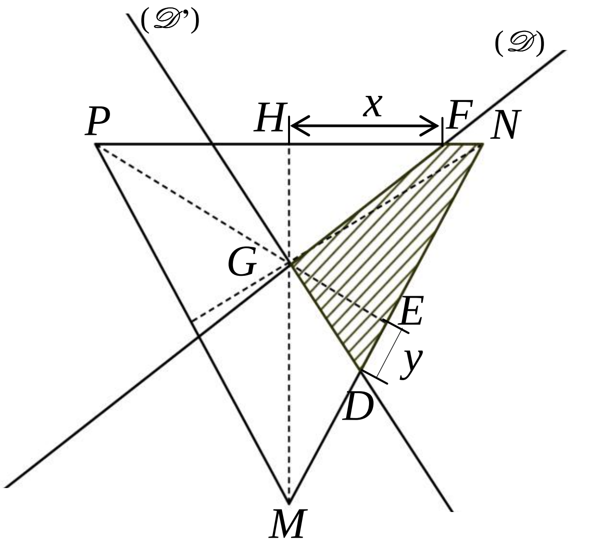
3. Les points A, B et C ont pour affixes respectives : $-2\sqrt{3}-2i, 2\sqrt{3}-2i$ et $4i$. Déterminer la nature du triangle ABC et montrer que les points A, B et C appartiennent à une conique dont on précisera la nature et les éléments caractéristiques. **1,5pt**

4. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la transformation f du plan qui à $M(z)$ associe $M'(z')$ tel que $(z-4i) = re^{i\theta}(z-4i)$ et qui transforme le point A en B; r et θ étant des nombres réels. **0,75pt**

PARTIE B : 5 points

Un triangle équilatéral MNP de côté 2 est divisé en quatre parties par deux droites perpendiculaires passant par son centre de gravité G.

(voir figure ci-contre)



On se propose de déterminer la valeur maximale de l'aire $\mathscr{A}$ de la partie hachurée.

1. Démontrer que $\mathscr{A} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} - \dfrac{\sqrt{3}}{6}(x-y)$.

2. Démontrer que $y = \dfrac{3x-1}{3(x+1)}$. **1,5pt**

3. En déduire la valeur maximale de $\mathscr{A}$. **2pts**

4. L'espace est associé à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

   On donne : $M(0,2,0)$; $N(\sqrt{3},1,0)$; $P\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}, 1, \dfrac{2\sqrt{6}}{3}\right)$.

   Déterminer le système d'équations cartésiennes de la perpendiculaire au triangle MNP en son entre de gravité. **1pt**

PARTIE C : 1,25 point

f est la fonction numérique d'une variable réelle x définie par : $f(x) = e^{2e^x}$.

On pose : $g(x) = \ln f(x)$.

Montrer que g est solution d'une équation différentielle du premier ordre que l'on précisera. **1,25pt**